



© В. М. Трофимов

DOI: [10.15293/2226-3365.1804.09](https://doi.org/10.15293/2226-3365.1804.09)

УДК 159.955+165.0+51-77+7.013

ЧТО ЕСТЬ ТОЧНОЕ ЗНАНИЕ И КАК ОНО ОБЕСПЕЧИВАЕТСЯ В КОГНИТИВНЫХ ПРОЦЕССАХ

В. М. Трофимов (Краснодар, Россия)

Проблема и цель. Образы чисел и множества по современным данным имеются в нейронных сетях человека и животных. Экспериментально подтверждено, что если люди способны выполнять точные расчеты, то животные – только приблизительные. Возникает проблема определения того, что есть точное знание, почему оно возможно, какова его роль в накоплении и сохранении знания. При рассмотрении точного знания в качестве предмета изучения следует принять во внимание не только проведение точных расчетов, но и проведение точной линии художником, точный поэтический образ, выражение точной мысли. Цель работы состоит в выявлении математически корректных условий обеспечения точного знания в когнитивных процессах.

Методология. Для анализа условий, отличающих точное знание, используется теоретико-множественный подход. Применение этого метода для рассмотрения особенностей человеческого восприятия и обработки информации обосновано известными данными о «чувстве чисел» у человека и животных. Этот же метод позволяет конструировать структуру объекта когнитивной деятельности. Метод теории размерностей и подобия применяется для выяснения условий экономной памяти.

Результаты. Автор выявил некоторые, по-видимому, ключевые условия для обеспечения точного знания в повседневной деятельности людей, связанной с выработкой и хранением знания, в частности, устойчивостью языка. Автор рассматривает концепты числа и множества в применении к объекту когнитивной деятельности и выявляет воплощение теоретико-множественной трактовки объекта не только в научном исследовании, но также и в повседневности. Автор ставит вопрос: возможно ли точное знание в условиях изменяющейся парадигмы знания и, если возможно, то каким образом? Не менее важен вопрос о динамике хранения точного знания в условиях его роста.

Заключение. Автор предложил концепт точного знания, вырабатываемого человеком в любой форме знания, и привел его обоснование средствами теоретико-множественного метода, а также ссылками на известные опытные данные смежных наук.

Ключевые слова: познавательная деятельность человека; точное знание; концепт точного знания; изменяющиеся парадигмы знаний; устойчивость языка; трактовка познаваемого объекта.

Трофимов Виктор Маратович – доктор физико-математических наук, профессор кафедры информационных систем и программирования, Кубанский государственный технологический университет.

E-mail: vtrofimov9@yahoo.com



Способность сохранять, манипулировать и изобретать информацию в отсутствие внешней стимуляции является ключевым условием для умственной жизни и целенаправленного взаимодействия с окружающей средой. Однако как эта способность реализуется в мозге остается одной из великих тайн, к раскрытию которой движется целый комплекс очень разных наук, объединяемых часто термином когнитивные науки [1]. Проблема превращения информации в знание выдвигается на одно из важнейших мест в когнитивных науках [1; 3; 22]. В литературе затрагиваются многие аспекты этого сложного процесса: измерения процессов регулирования довлеющего знания [4], измерения симметрии в понимании и продуцировании местоимений маленькими детьми [20], вопросы временной организации воспоминаний [12], связанной с ней сегментацией событий в повседневности [18], а также имеет ли бессознательная мысль тенденцию обрабатывать информацию глобально [13].

Наблюдается противоречивая трактовка восприятия «ментальных репрезентаций» в зависимости от подхода к изучению данного термина. С одной стороны, утверждают о том, что репрезентация есть отражение реального мира в сознании человека, а с другой стороны определяют ментальную репрезентацию как способность мозга генерировать в сознании образы [6].

Существуют различные модели памяти [4; 8–10; 12; 19; 21–24], и первая самая простая выстраивает структурную статическую схему памяти [21]. В другой работе предлагаются аргументы в пользу мультимодальной, динами-

ческой, функциональной и ситуационной концепции памяти [23]. Предполагается, что память содержит следы (трассы), отражающие прошлый опыт. Свойства этих прошлых переживаний считаются распределенными между несколькими нейрональными системами, которые отвечают, в частности, за сенсомоторную и эмоциональную обработку. Память есть динамический процесс, потому что знания возникают почти непрерывно от активации и интеграции этих мультимодальных компонентов. Память функциональна и ситуативна, потому что знание возникает из деятельности субъекта в данной ситуации, т. е. из типа резонанса между свойствами прошлых опытов, которые сформировали нейронные сети, и свойствами настоящих опытов. Возникает вопрос: имеются ли какие-либо специфические требования к «форме транзакции», поступающей в мозг и анализируемой им информации, прежде чем она начнёт обрабатываться, сравниваться, интегрироваться так, чтобы она становилась знанием?

В другой статье предлагается новая модель памяти «Активация – Интеграция» (Act-In) [24]. Act-In считает, что механизмы активации и интеграции участвуют как в построении следов памяти, так и в появлении знаний. Модель основана на четырех основных допущениях, которые молчаливо предполагают трансляцию мозгом и памятью идеальной неискажённой информации. Но как это возможно?

Чтобы выжить, мы вынуждены познавать мир. Иногда вопрос стоит ребром, как в случае из жизни Р. Декарта¹. Почему мы способны познавать мир? Потому что мы спо-

¹ В одно из своих длительных путешествий во Фландрию ему пришлось переплыть реку на лодке с двумя нанятыми им лодочниками. По обрывкам фраз на фламандском народном наречии, на котором переговаривались лодочники, он стал догадываться, что его хотят убить с

целью ограбления. Не мешкая, он выхватил шпагу и заколол обоих. Спрашивается, почему так быстро и чётко Декарт смог принять, по-видимому, единственно правильное в той ситуации решение? Потому что он мог идентифицировать точное знание и знал его цену.



собны получать о мире неискаженную информацию? Почему возможно точное знание и что это такое? Речь здесь идет не только о математическом знании, но и, например, о точной линии, проведенной как древним (наскальные рисунки), так и современным художником. Поясним это указанием на примеры того, как очень небольшая поправка великого художника на, казалось бы, завершённом полотне его ученика вдруг создает эффект большого произведения искусства: обычные люди замечают эту разницу, но как это происходит, как это связано с точным знанием?

Современные исследования, в которых используются в комплексе исторические, психологические, нейробиологические методы привели к неожиданным результатам. В сотнях экспериментов было подтверждено, что способность людей воспринимать числа также естественна, как эхолокация для летучих мышей или чирикание для птиц [7]. Эта способность опирается на определённый набор нервных цепей мозга, которые отвечают за понятия чисел и их взаимоотношений и локализация которых одинакова у всех людей. Важным следствием этого, заключает автор [7], является тот факт, что базовые концепции, лежащие в основе математики, например, числа, множества, пространство, расстояние – присущи нам от природы, и их возникновение обусловлено структурными особенностями головного мозга словно «наш мозг от рождения снабжен неким чувством чисел».

Но дело в том, что по многочисленным данным и животные обладают «чувством чисел», а люди стали людьми ещё задолго до того, как научились работать с числовыми символами. Как человек преодолел в этом отношении «животную» стадию? Есть мнение, что критически важную роль здесь играет речь и словесное обозначение чисел [7]. Почему в

ходе эволюции мозга потребовались такие математические концепции как число и множество, что есть точное знание, каков механизм его сохранения? Имеет ли само по себе понятие (как элементарная основа знания) математическую структуру? А возможно только точное знание способно накапливаться и храниться?

В нашей работе ставится цель: выявить математически корректные условия получения и хранения точного знания в когнитивных процессах.

Методология исследования

Для того чтобы что-то представить, достаточно это что-то увидеть. А чтобы понять, нужно гораздо больше – вникнуть, разобраться, сопоставить, представить объект в целом, изучить со всех сторон и иногда даже провести какое-то исследование или моделирование. Другими словами, чтобы получить представление об объекте, нужно наблюдение, а, чтобы достигнуть какого-то понимания, требуется построить *модель*. Назначение модели – приближённо описать свойства объекта. Но что принципиально важно, упрощение, которое отличает модель от реального явления, производится в контролируемых условиях, а, следовательно, *знание*, полученное в *границах справедливости данной модели*, будет *точным* в этих границах её использования. В жизни часто этот процесс осуществляется в виде обратного конструирования: понятие «натуральное число» достигается нами после конструирования всего *множества*, элементами которого являются и два, и три, и шесть, и все остальные натуральные числа. Другой пример связан с конструированием понятия «цвет»: мы говорим «цвет», а подразумеваем под этим понятием *множество* всех оттенков цвета. То же самое можно сказать о понятии



«звукоряд» и его элементах – отдельных нотах: до, ре, ми и других нотах. Впервые структура понятия, включающая множество элементов понятия, представлена нами на основе формирования пространства элементов-соразмерностей [3].

Чтобы не попасть по причине своего неосознанного поведения в чрезвычайные ситуации или иногда даже чтобы выжить, нам требуется не просто представлять объекты окружающего мира, но, как минимум, иметь о них какие-то понятия, т. е. действовать в соответствии *со знаниями – сознательно*. Поскольку древние люди всегда были вынуждены оперативно действовать в окружающем, тающем неожиданные повороты, мире, то им требовались простые эффективные *модели понятий*. Далее мы увидим, что простота и эффективность этих моделей определяется наложением очень немногих условий. Первое условие, как мы уже могли заметить, состоит в том, *что под любым объектом (явлением, процессом реальности) мы на самом деле понимаем множество, состоящее из более или менее однородных элементов, соответствующих объекту*. То есть, на самом деле, чтобы подготовить для понимания объект, мозг вынужден конструировать его в виде множества. По-видимому, в том числе и поэтому вследствие эволюции в мозге поддерживаются согласно многим опытным данным врожденные математические концепции – *числа и множества*, по крайней мере. Попытаемся понять далее, как такая «методологическая» подготовка мозгом восприятия объекта позволяет ему получать, обрабатывать и хранить информацию, превращая её в знание.

Представляется вполне естественным выбор теоретико-множественного метода для

того, чтобы показать то, каким образом эволюция мозга в направлении закрепления и поддержки математических концепций числа и множества обеспечивает накопление *точного знания* и сложных технологий по освоению мира. Самое удивительное, что человеческий мозг уже в четыре года способен выполнять такие механические движения, которые сегодня не осуществимы на инженерном уровне (в роботах) [16].

Автор экспериментальных исследований пытается доказать, что неточная манипуляция численными значениями свойственна многим видам животных, но точные расчеты и использование числовых символов – исключительно человеческая способность [7]. Вот здесь-то и возникает проблема понимания когнитивного смысла и природы *точного знания*, его радикального отличия от знания приблизительного даже в доисторические весьма длительные эпохи, когда не было письменности.

Результаты исследования

Модель передачи точного знания. Попробуем определить, что есть точное знание, а что есть приблизительное знание. Почему между ними существует критическая разница, отделившая ветвь эволюции человеческого мозга от эволюции мозга животных.

Первым завоеванием точного знания была, по-видимому, речь и художественные образы². Животные тоже различают разные по назначению в их общении звуковые сигналы, их число бывает у некоторых животных довольно большим (100–1 000 при «общении» с человеком в специальном тренинге), но они не становятся речью, выполняя функцию некоторого набора сигналов (первая сигнальная система по Павлову). Выделим один, на наш

² Автору приходилось наблюдать, как работает над своей картиной алтайский художник-самоучка очень

высокого уровня: он как будто видит точный художественный образ и проводит линию только один раз.

взгляд, ключевой аспект: *речь могла произойти и развиваться через накопление речевых структур только при условии точной трактовки или интерпретации каждой новой структуры при каждом речевом взаимодействии*. Именно при этом условии речевые структуры устойчивы к искажениям и не утрачиваются во времени, т. е. способны накапливаться в коллективной памяти группы особей. Это условие, по-видимому, главное для развития того, что Павлов обозначил второй сигнальной системой. Последователи этого направления науки углубились в лингвистику, а вопрос (в упрощенной формулировке) перехода от первой сигнальной системы ко второй представляет интерес до сих пор.

Представим, что на конечном множестве звуковых сигналов задано бинарное отношение, описывающее акты общения – передачи звуковых сигналов – между каждой парой особей. Пусть A – множество n вариантов произношения звукового сигнала a , отличающихся незначительными оттенками (связанными с небольшими искажениями при общении особей):

$$A = \{a_1, a_2, a_3, \dots, a_n\}$$

Фактически число вариантов n произношения звукового сигнала « a » не больше, чем количество особей в группе. И на этом множестве A задано бинарное отношение R , описывающее акты передачи одного и того же звукового сигнала a между двумя особями в любой паре особей:

$$R = \{(a_1, a_1), (a_1, a_2), (a_2, a_1), (a_1, a_3), \dots, (a_{n-1}, a_n), (a_n, a_n)\}$$

Мы видим здесь пары типа $(a_1, a_1), \dots, (a_n, a_n)$, обозначающие случаи, когда сигнал a воспринимался той же особью идеально точно в форме той вариации (например, a_1 или a_n), которая производилась этой же особью и которая также близка к «истинной» форме (форме « a »). Вопрос состоит в

том: насколько близка эта вариация сигнала к истинному сигналу и достаточно ли близка для его точного распознавания и сохранения. Что можно сказать о типе и свойствах бинарного отношения R ? Как минимум можно утверждать, что оно принадлежит к типу так называемого отношения примерного равенства, обозначаемого в виде:

$$a_i \approx a_j, \text{ где } i, j \in \{1, 2, \dots, n\}$$

Бинарное отношение R называется отношением примерного равенства, если для любого его элемента (любой пары) (a_i, a_j) справедливо неравенство:

$$|a_i - a_j|$$

$< \varepsilon$, где ε – малое наперед заданное число.

Отношение примерного равенства обладает свойством рефлексивности, т. е. действительно содержит все пары типа (a_i, a_i) , т. к.:

$$|a_i - a_i| < \varepsilon.$$

Оно обладает также и свойством симметричности:

$$\text{если } |a_i - a_j| < \varepsilon, \text{ то и } |a_j - a_i| < \varepsilon.$$

Однако свойством транзитивности данное отношение не обладает. Например, если бинарное отношение примерного равенства задано на множестве чисел, то всегда можно подобрать такие числа a_1, a_2 и a_3 , что при некотором $\varepsilon > 0$

$$\begin{aligned} |a_1 - a_2| < \varepsilon \text{ и } |a_2 - a_3| < \varepsilon, \text{ но условие } |a_1 - a_3| < \varepsilon \text{ уже не верно.} \end{aligned}$$

Например, если взять $\varepsilon = 0,02$, то при $a_1 = 3,010$; $a_2 = 3,025$; $a_3 = 3,040$ условие транзитивности не выполняется.

Как известно, бинарное отношение называется отношением *эквивалентности* тогда, когда оно обладает всеми тремя свойствами: рефлексивности, симметричности и транзитивности. Если предположить, что сохранение точного знания (речевого элемента)

требует выполнения отношения эквивалентности на множестве речевых элементов группы взаимодействующих (общающихся) особей, то по причине невыполнения свойства транзитивности сохранение и накопление точного речевого знания невозможно, т. к. отношение эквивалентности невозможно построить. Примером нарушения свойства транзитивности и итогового критичного искажения информации может служить известная детская игра в «испорченный телефон».

Каким же тогда образом при общении особей может происходить корректировка на транзитивность, или замыкание по транзитивности, бинарного отношения R ? Конечно, можно предположить, что если численность группы особей невелика, то нарушение свойства транзитивности не успевает проявиться в полной мере. Однако легко заметить, что подбор меры искажения ε всегда осуществим и, следовательно, по такому сценарию отношение эквивалентности на множестве передающих речевые элементы пар невозможно как в больших, так и в малых группах.

Представим какие-нибудь два варианта a_1 и a_2 произнесения речевого элемента «а» в виде шариков, лежащих на дне прозрачной (для наблюдения) урны (используем известный математический эксперимент с урной Поля). Пусть некто из группы особей воспринимает (слышит) вариант a_2 и использует его для сообщения другой особи. В среде общения теперь как бы наличествуют варианты произнесения a_1 , a_2 и ещё раз a_2 . Далее кто-то из двух особей для сообщения третьей особи выберет с вероятностью $1/3$ вариант a_1 и с вероятностью $2/3$ вариант a_2 . Интересно заметить, что через какое-то время в среде общения будет превалировать один из двух вариантов –

вариант a_1 или a_2 , вероятнее, что a_2 , но точнее сказать: какой вариант будет доминировать – заранее нельзя. Если «визуализировать» распространение речевых элементов a_1 и a_2 в среде общения группы особей, соответственно, в виде черных и белых шариков, постепенно заполняющих прозрачную урну, то через какое-то время в урне окажутся шарики *одного цвета*, вероятнее всего – белого цвета (с момента, когда в урне два белых и один черный шарик), но возможно, что все шарики окажутся черного цвета – вероятность такая хоть меньше по величине, но имеется. Если теперь распространить все существующие в данный момент времени речевые структуры: a , b , c , d ,... на пространство общения всей группы особей, то в среднем можно быстро приблизиться к точному выполнению свойства транзитивности отношения R .

На самом деле все обстоит много сложнее. Мы воспроизвели прямую аналогию с урной Поля в качестве простейшей модельной ситуации. Тем не менее можно ожидать, что число вариантов произнесения какой-то выбранной из множества a , b , c , d ,... речевых структур (например, c) одной и той же речевой структуры по мере роста актов общения не будет возрастать. Более того, оно будет уменьшаться внутри группы особей, эволюционируя к более-менее единому варианту и обеспечивая, тем самым, свойство транзитивности, а значит и все условия отношения эквивалентности.

Особенности развития современного языка как точного знания видны из его, как замечает известный полиглот и практик Д. Петров³, тенденции эволюционировать в сторону рациональности.

³ Полиглот Дмитрий Петров: 5 ярких языковых тенденций, которые стремительно меняют мир [Электронный ресурс]. – URL:

<https://zen.yandex.ru/media/booksforyou/poliglot-dmitrii-petrov-5-iarkih-iazkovyih-tendencii-kotorye->



Обсуждение устойчивости языка. Допустим, что отношение эквивалентности играет решающую роль в накоплении и закреплении речевых структур некоторой группы особей, обитающей на некоторой ограниченной территории. Возникает вопрос: почему закрепившаяся форма речи, или другими словами, диалект, не распространяется на более обширную территорию? Объяснить это только лишь естественными географическими преградами нельзя. Однако почему собственно на сравнительно небольшой территории возникает несколько устойчивых диалектов, например, немецкого языка, которые отличаются и в наше время в ряде случаев настолько сильно, что немцы различных земель не понимают друг друга?

Точное объяснение, прямо указывающее на естественное разделение языка на диалекты или даже отдельные близкие языки, даёт математика, а именно, вывод, следующий из свойств отношения эквивалентности. Действительно, только такое отношение, а не, допустим, отношения частичного или полного порядка, только отношение эквивалентности на множестве речевых структур взаимодействующих особей порождает разбиение этого множества на классы эквивалентности.

Поскольку отношение эквивалентности всегда порождает классы эквивалентности (непересекающиеся подмножества) на том множестве, на котором оно задано, мы можем заключить, что разделение множества особей, проживающих даже на относительно малой территории на отдельные диалектные группы не противоречит накоплению арсенала точного языкового знания специфичного внутри каждой отдельной группы. Можно предположить, что такой способ накопления точного

знания в целом для ареала более устойчив к флуктуациям его существования ввиду не критичной для всего ареала особей, но катастрофической утраты языкового знания отдельной группой, например, вследствие её гибели от эпидемии. Таким образом, отношение эквивалентности применительно к эволюции человеческой речи решает помимо накопления точного знания о языковых структурах ещё и вторую важную задачу – обеспечение устойчивости накопленных точных знаний по отношению к внешним неблагоприятным факторам.

Некоторые следствия и замечания. Выше на примере формирования речи были обозначены правдоподобные условия (точные в рамках принятой модели) для сохранения *точного знания* о речевых структурах в группе особей. В то же время можно заметить, что накопление знаний в результате возможности сохранения точного знания имеет отрицательную сторону – быстрое переполнение массива знаний и замусоривание каналов пополнения новыми знаниями. Эта проблема привела бы к разрушению системы знания уже на ранних этапах эволюции процесса накопления знаний. Понять способ противодействия развитию такой ситуации, по-видимому, помогает концепция *подобия*⁴ или, другими словами, естественного перевода размерной величины в безразмерную, которая уже не переполняется, оставаясь в определенном диапазоне значений – чисел. Пояснить это можно с помощью следующего геометрического образа.

Пусть длина окружности (в сантиметрах) символизирует некоторые предметные знания, а радиус (в сантиметрах) отображает знания о методах получения знаний, т. е. это также размерная величина и размерность её

stremitelno-meni.aiut-mir--5ab68d5aad0f22c18e31d5c9
(дата обращения: 12.04.2018)

⁴ Теория подобия и размерностей широко используется в математике, физике, гидромеханике, теплофизике и других науках.



совпадает с размерностью предметных знаний. Геометрически это выражается тем фактом, что отношение длины окружности к её радиусу равно безразмерной величине 2π . Смысл аналогии с окружностью состоит в том, что увеличивающаяся по мере интеллектуального развития группы особей сумма знаний (длина окружности) не опережает приращение знаний о методах получения знаний (радиус окружности), сколько бы ни росли знания. Это возможно, если мозг распознает безразмерные величины – числа. Этого оказывается достаточно для пополнения точного знания и отсутствия завалов излишних в смысле их полезности и эффективности знаний. Другими словами, концепция числа решает задачу постоянной перенормировки поступающего нового знания. В материальном представлении дело бы обстояло так, как будто можно было ожидать, что фрактальная (дробная) размерность коры (множества нейронов коры) головного мозга создается мозгом в соответствии с фрактальной размерностью нейронной сети тела головного мозга. Численное выражение этой размерности находится между 2 и 3, и она бы в этой логике должна быть одинакова у коры мозга и нейронной сети тела мозга. Только в этом случае рост нейронной сети в процессе обучения не придёт в противоречие с возможностями коры мозга для того, чтобы *осознавать* (в коре мозга) информацию. Согласно опытным замерам фрактальной размерности сети плоского среза нейрона она составляет у человека приблизительно 1,7 [2]. В объёмном варианте такие измерения выполнить довольно сложно, поэтому приходится ограничиться лишь указанием достоверного диапазона (от 2 до 3), внутри которого находится истинная фрактальная размерность сетей нейронов.

В сущности, проблемой перенормировки возрастающих массивов знания стали заниматься в ходе уточнения моделей памяти. Так, известные модели множественных следов [23; 24] вызвали критические замечания именно из-за отсутствия отношений между следами (трассировками) и невозможностью по существу перенормировки. Несколько моделей трассировки предполагают возможность хранения трассировки, характерную для каждого опыта, независимо от других следов опыта. Однако с самого начала моделирования памяти в 1950–1970-х годах было хорошо установлено, что одной из характеристик человеческой памяти является перегруппировка и интеграция информации в единое целое.

Была предложена улучшенная теоретическая модель Act-In, основной характеристикой которой является гипотеза о том, что знания вытекают из динамики двух механизмов: активации между следами и многокомпонентной интеграции [24]. Но математическая формализация таких взаимозависимых эволюционирующих следов еще не была предложена.

К середине XX века идеи и методы теории множеств проникли во все точные науки и, несмотря на отдельные непреодоленные проблемы, успешно использовались. В изобразительном искусстве в это время неожиданно было создано (прежде всего, в работах Э. Уорхола) и сразу принято обществом новое направление – поп-арт. Важно отметить, что эти работы были сразу приняты обществом, хотя и не вполне осознанно. Обманчиво простые по содержанию картины Э. Уорхола было очень сложно объяснить. Что это: только эпатаж и вызов обществу или все-таки сложная зашифрованная идея? Так, в июле 1962 года в галерее *Ferus* (Лос-Анджелес) была выставлена первая картина нового направления «Банки с супом» и произвела огромный эффект.



Рис. 1. Банки с супом, 1962

Fig. 1. Campbell's soup cans, 1962

По реакции зрителей можно было понять, что они не просто увидели привычный для себя объект, а поняли нечто новое о его существе благодаря новой для них модели объекта (банки с супом) в виде представленного множества элементов объекта, выявляющих

когнитивный аспект восприятия. И этот аспект не фиксировался и не осознавался ранее. В другом известном полотне художника-новатора под названием «200 однодолларовых купюр» снова читалась идея тиражирования массовых вещей общества, на этот раз весьма близких сознанию американца.

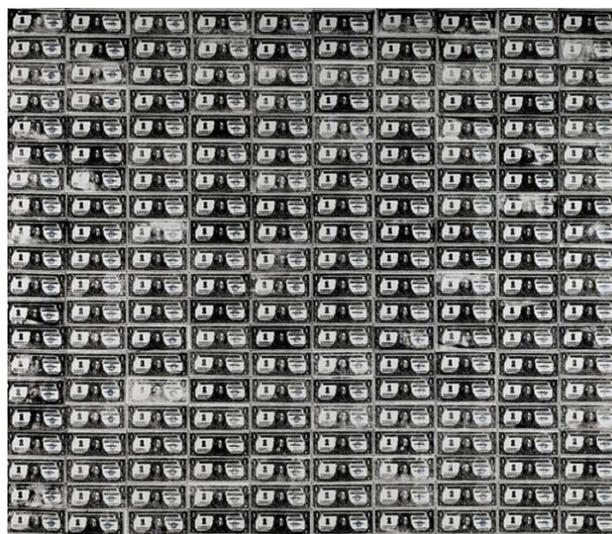


Рис. 2. 200 однодолларовых купюр, 1962

Fig. 2. 200 one dollar bills, 1962

Новое знание (непонятое, но ощущаемое) о представлении структуры объекта позволило Э. Уорхолу быстро применить его для другой темы – живых персонажей массовой

культуры, обрацаемых ею в совершенно аналогичные по структуре «объекты»-множества (рис. 3–4).



Рис. 3. Диптих Мэрилин, 1962

Fig. 3. Diptych Marilyn, 1962



Рис. 4. Восемь Элвисов, 1963

Fig. 4. Eight Elvises, 1963

Найденное Э. Уорхолом новое направление искусства, пусть и совершенно иным далёким от математики множеством путей, фактически точно соответствовало достигнутому к тому времени в науке уровню понимания объекта как множества однородных или объединённых одним свойством элементов. Эта модель объекта была подготовлена и для других нематематических, ненаучных областей, а, следовательно, была востребована обществом

потому, что давала, по-видимому, возможность реализации точного знания таким понятным способом. Нечто подобное происходило в то время и в музыкальном искусстве.

Автор книги «Чувство чисел» [7] С. Деан полагает, что «многие концептуальные трудности можно было бы прояснить, если бы математики и физики-теоретики уделяли больше внимания базовому различию между моделью и реальностью, которое хорошо понимают



биологи»⁵. Однако анализ обстоятельств формирования точного знания подводит к несколько другому выводу: реальность, пройдя через ощущения, открывается нашему сознанию только через модели, потому что точное знание возможно только в рамках какой-то конкретной модели. Модели бывают плохие, хорошие, бедные, слишком сложные или наивные как у детей. Но даже наивная модель деления всех людей на плохих и хороших позволяет детскому сознанию не только действовать какое-то время в условиях реальности и справляться с её поворотами, но и накапливать знания об обществе в отличие от животных. Следствием «модельного императива» (условно так его обозначим) является вывод о том, что у всех людей своя реальность, полностью формируемая соответствующей моделью. И даже сообщество ученых, вырабатывающих в некоторой области науки «объективное», как им кажется, знание о реальности ограничено кругом конвенциональных моделей, а также тем, что можно проверить в эксперименте, постановка которого по преимуществу опять диктуется теми же конвенциональными моделями. Стоит одному из них выдвинуть существенно отличающуюся модель, возникает новая реальность, открывающаяся сначала только одному исследователю, и, по видимому, именно поэтому так трудно пробиться в жизнь принципиально новым идеям, если научное сообщество уже не подготовлено какими-то важными (до поры кажущимися отвлеченными чисто математическими) подвижками знания.

Пытаясь прояснить смысл точного знания в когнитивных процессах, мы выделили (в математически определённом смысле) как необходимые факторы получения, обработки и

хранения точного знания: рефлексивность, симметричность и транзитивность, а в качестве условия существования точного знания – распространение его только на область работоспособности конкретной модели (модельный императив). Следует заметить, что речь здесь не идёт о математизации биологической сути жизни и тем более не о проблемах, прилегающих к детерминизму Лапласа [14].

При этом нельзя не отметить наблюдаемые в когнитивно-психологических экспериментах особенности влияния факторов, по крайней мере, рефлексивности и симметричности в различных интересных аспектах. Так, результаты показывают, что люди уделяют больше внимания процессу отраженной оценки (фактор симметричности) по сравнению с процессом самоанализа (фактор рефлексивности), что также предполагает, что отраженный процесс оценки содержит фиксируемые ключевые элементы точного знания в самопознании личности [25]. Наряду с достаточно упрощёнными методами изучения работы мозга такими как компьютерные тесты [15] в последние годы появились возможности исследовать непосредственно работу нейронов мозга, и было совершено важнейшее открытие так называемых зеркальных нейронов [17]. Их функционирование в процессе межличностных взаимодействий моделирует, по существу, свойства рефлексивности и симметричности одновременно.

Точное знание, как говорилось выше, возможно только в рамках конкретной модели реальности, и с этой точки зрения показательна дискуссия между классиками квантовой механики Гейзенбергом и Дираком [11]. Если для Гейзенберга классическая механика

⁵ *Разум*. Ведущие ученые размышляют о мозге, памяти, личности и счастье: [сборник: перевод с англ.

Ю. Букановой] / под ред. Дж. Брокмана. – М.: АСТ, 2017. – 319 с.

является замкнутой теорией, всегда действительной *в пределах её языка и области реальности*, то для Дирака классическая механика продолжает занимать, по крайней мере, до 1950-х годов доминирующую роль в *точном описании* физической реальности, а будущее может принести изменения только в форме, но не сути. Как видно из этой дискуссии, оба ученых полемизируют фактически о природе точного знания.

Заключение

Ключевое знание человека – речь – развилась благодаря возможности точной передачи речевой информации, гарантируемой отношением эквивалентности на множестве речевых единиц-фрагментов, и возможности перенормировки массива точных знаний с помощью концептов числа и множества, закреплён-

ных на биоинформационном уровне (называют *wetware* в отличие от *hardware* и *software*). Классы эквивалентности создают условия для устойчивости и самого языка, и его диалектов. Эти результаты подтверждаются современной тенденцией развития любого языка в сторону его математизации (передачи более точных смыслов при рационализации средств языка). Познающий субъект преобразует (конструирует) объект как множество элементов, чтобы достигнуть не просто знания, а точного знания. Точное знание возможно благодаря, по крайней мере, трём обстоятельствам: 1) восприятию и конструированию объекта на языке множеств; 2) существованию точного знания только в границах обоснованной модели; 3) при передаче знания выполняется отношение эквивалентности. Эта когнитивная схематика прослеживается и в других формах выработки и хранения знания.

СПИСОК ЛИТЕРАТУРЫ

1. **Ивлев В. Ю., Ивлева М. Л., Иноземцев В. А.** Когнитивная революция как фактор становления новой эпистемологической парадигмы и методологии исследования знания в современной науке // Известия Московского государственного технического университета МАМИ. – 2013. – Т. 6, № 1 (15). – С. 91–99. URL: <https://elibrary.ru/item.asp?id=20799316>
2. **Исаева В. В.** Фрактальные и хаотические паттерны в морфологии животных // Труды Зоологического института РАН. – 2009. – Т. 313, № S1. – С. 199–218. URL: <https://elibrary.ru/item.asp?id=12917845>
3. **Трофимов В. М.** Сервис и образовательная деятельность в онтологическом аспекте: монография. – Новосибирск: Изд. НГПУ, 2012. – 184 с. URL: <https://elibrary.ru/item.asp?id=21834969>
4. **Birch S. A. J., Brosseau-Liard P. E., Haddock T., Ghrear S. E.** A ‘curse of knowledge’ in the absence of knowledge? People misattribute fluency when judging how common knowledge is among their peers // Cognition. – 2017. – Vol. 166. – P. 447–458. DOI: <https://doi.org/10.1016/j.cognition.2017.04.015>
5. **Borgianni Y., Matt D. T.** Ideality in Axiomatic Design and beyond // Procedia CIRP. – 2016. – Vol. 53. – P. 95–100. DOI: <https://doi.org/10.1016/j.procir.2016.07.029>
6. **Briglia J., Servajean P., Michalland A.-H., Brunel L., Brouillet D.** Modeling an enactivist multiple-trace memory. ATHENA: A fractal model of human memory // Journal of Mathematical Psychology. – 2018. – Vol. 82. – P. 97–110. DOI: <https://doi.org/10.1016/j.jmp.2017.12.002>
7. **Nieder A., Dehaene S.** Representation of number in the brain // Annual Review of Neuroscience. – 2009. – Vol. 32 – P. 185–208. DOI: <https://doi.org/10.1146/annurev.neuro.051508.135550>



8. **Franklin D. R. J., Mewhort D. J. K.** Memory as a hologram: an analysis of learning and recall // Canadian Journal of Experimental Psychology / Revue Canadienne de Psychologie Expérimentale. – 2015. – Vol. 69 (1). – P. 115–135. DOI: <http://dx.doi.org/10.1037/cep0000035>
9. **Friston K., Kilner J., Harrison L.** A Free energy principle for the brain // Journal of Physiology-Paris. – 2006. – Vol. 100, Issue 1-3. – P. 70–87. DOI: <https://doi.org/10.1016/j.jphysparis.2006.10.001>
10. **Friston K.** The free-energy principle: a unified brain theory? // Nature Reviews Neuroscience. – 2010. – Vol. 11. – P. 127–138. DOI: <https://doi.org/10.1038/nrn2787>
11. **Grigorescu D.** The discussion between Heisenberg and Dirac regarding the nature and meaning of scientific knowledge // Procedia – Social and Behavioral Sciences. – 2015. – Vol. 203. – P. 400–404. DOI: [10.1016/j.sbspro.2015.08.316](https://doi.org/10.1016/j.sbspro.2015.08.316)
12. **Howard M. W.** Memory as Perception of the Past: Compressed Time in Mind and Brain // Trends in cognitive sciences. – 2018. – Vol. 22, Issue 2. – P. 124–136. DOI: <https://doi.org/10.1016/j.tics.2017.11.004>
13. **Li J., Wang F., Shen M., Fan G.** The tendency of unconscious thought toward global processing style // Consciousness and Cognition. – 2017. – Vol. 53. – P. 14–22. DOI: <https://doi.org/10.1016/j.concog.2017.05.005>
14. **Longo G.** From exact sciences to life phenomena: Following Schrödinger and Turing on Programs, Life and Causality // Information and Computation. – 2009. – Vol. 207, Issue 5. – P. 545–558. DOI: <https://doi.org/10.1016/j.ic.2008.11.002>
15. **Mikolajczyk T., Moldovan F., Ciobanu I., Chalupczak A., Marin A. G.** Brain research using computer test // Procedia Technology. – 2016. – Vol. 22. – P. 1113–1120. DOI: <https://doi.org/10.1016/j.protcy.2016.01.157>
16. **Pinker S.** So How Does the Mind Work? // Mind & Language. – 2005. – Vol. 20, Issue 1. – P. 1–24. DOI: <https://doi.org/10.1111/j.0268-1064.2005.00274.x>
17. **Brugger P.** The Tell-Tale Brain: Unlocking the Mystery of Human Nature // Cognitive Neuropsychiatry. – 2012. – Vol. 17, Issue 4. – P. 351–358. DOI: <https://doi.org/10.1080/13546805.2012.685295>
18. **Richmond L. L., Gold D. A., Zacks J. M.** Event Perception: Translations and Applications // Journal of Applied Research in Memory and Cognition. – 2017. – Vol. 6, Issue 2. – P. 111–120. DOI: <https://doi.org/10.1016/j.jarmac.2016.11.002>
19. **Roediger H. L., Rajaram S., Srinivas K.** Specifying criteria for postulating memory systems // Annals of the New York Academy of Sciences. – 1990. – Vol. 608, Issue 1. – P. 572–595. DOI: <https://doi.org/10.1111/j.1749-6632.1990.tb48910.x>
20. **Ruigendijk E., Friedmann N., Novogrodsky R., Balaban N.** Symmetry in comprehension and production of pronouns: A comparison of German and Hebrew // Lingua. – 2010. – Vol. 120, Issue 8. – P. 1991–2005. DOI: <https://doi.org/10.1016/j.lingua.2010.02.009>
21. **Tulving E.** Episodic Memory: From Mind to Brain // Annual Review of Psychology. – 2002. – Vol. 53. – P. 1–25. DOI: <https://doi.org/10.1146/annurev.psych.53.100901.135114>
22. **Velichkovsky B. M.** Cognitive science: The art and its implications // Psychology in Russia: State of the Art. – 2017. – Vol. 10 (3). – P. 2–7. DOI: <https://doi.org/10.11621/pir.2017.0300> URL: <https://elibrary.ru/item.asp?id=35057392>
23. **Versace R., Labeye E., Badard G., Rose M.** The contents of long-term memory and the emergence of knowledge // European Journal of Cognitive Psychology. – 2009. – Vol. 21, Issue 4. – P. 522–560. DOI: <https://doi.org/10.1080/09541440801951844>



24. **Versace R., Vallet G. T., Riou B., Lesourd M., Labeye É., Brunel L.** Act-In: An integrated view of memory mechanisms // *Journal of Cognitive Psychology*. – 2014. – Vol. 26, Issue 3. – P. 280–306. DOI: <https://doi.org/10.1080/20445911.2014.892113>
25. **Xiaofan Xu, Yu Chen, Yufang Zhao, Juan Yang.** The neural evidence of the reflected appraisal process as a main path for learning about one's self-knowledge of personality // *Biological Psychology*. – 2015. – Vol. 110. – P. 85–90. DOI: <https://doi.org/10.1016/j.biopsycho.2015.06.017>
26. **Erlich J.** The Shape of Inner Space: String Theory and the Geometry of the Universe`s Dimensions // *American Journal of Physics*. – 2011. – Vol. 79, Issue 5. – P. 559. DOI: <https://doi.org/10.1119/1.3553464>



DOI: [10.15293/2226-3365.1804.09](https://doi.org/10.15293/2226-3365.1804.09)

Victor Maratovich Trofimov,

Doctor of Physics-Mathematical Sciences, Professor,

Informational Systems and Computer Science,

Kuban State Technological University, Krasnodar, Russian Federation.

ORCID ID: <http://orcid.org/0000-0002-0691-6277>

E-mail: vtrofimov9@yahoo.com

What is the exact knowledge and how it is produced in the cognitive processes

Abstract

Introduction. According to recent studies the images of numbers and sets are present in the neural networks of humans and animals. It is experimentally confirmed that animals, unlike humans, are not able to perform accurate calculations. There is a problem of determining the nature of exact knowledge, necessary criteria of its existence. The role of exact knowledge in cognitive processes and the conditions of its storage and accumulation remain unclear. When considering the exact knowledge as a subject of study should take not only the exact calculations, but also the exact line of the artist, the exact poetic image, the expression of accurate thought. The purpose of the work is to identify mathematically correct conditions for providing exact knowledge in cognitive processes.

Materials and Methods. The concepts of a number and a set allow us to get closer to the accurate description of facts and processes using the language of set theory. Application of this method to consider the features of human perception and information processing is justified by known data on the "sense of numbers" in humans and animals. The same method allows us to design the structure of the object of cognitive activity. The method of the theory of dimensions and similarity allows us to clarify the conditions of economical memory.

Results. The author has identified some apparently key conditions to ensure accurate knowledge in the daily activities of people associated with the development and storage of knowledge, in particular, the stability of the language. The author considers the concepts of number and set in application to the object of cognitive activity and reveals the embodiment of the set-theoretic interpretation of the object not only in scientific research, but also in everyday life. The author raises the question whether it is possible to know exactly in the changing paradigm of knowledge and how if it is possible. Equally important is the question of the dynamics of accurate knowledge storage in the conditions of its growth.

Conclusions. The author proposed the concept of exact knowledge, produced by man in any form of knowledge, and gave its justification by means of a set-theoretical method, as well as links to known experimental data of related sciences.

Keywords

Cognitive activity of the person; Exact knowledge; Concept of exact knowledge; Changing paradigms of knowledge; Stability of language; Interpretation of the cognizable object.

REFERENCES

1. Ivlev V. Y., Ivleva M. L., Inozemtsev V. A. Cognitive revolution as a factor in the formation of a new epistemological paradigm and methodology of the study of knowledge in modern science. *Izvestiya MGTU MAMI*, 2013, vol. 6, no. 1, pp. 91–99. URL: <https://elibrary.ru/item.asp?id=20799316>



2. Isaeva V. V. Fractal and chaotic patterns in animal morphology. *Proceedings of the Zoological Institute RAS*, 2009, vol. 313, no. S1, pp. 199–218. URL: <https://elibrary.ru/item.asp?id=12917845>
3. Trofimov V. M. *Service and educational activity in ontological aspect*. Monograph. Novosibirsk, Novosibirsk State Pedagogical University Publ., 2012, 184 p. URL: <https://elibrary.ru/item.asp?id=21834969>
4. Birch S. A. J., Brosseau-Liard P. E., Haddock T., Ghrear S. E. A ‘curse of knowledge’ in the absence of knowledge? People misattribute fluency when judging how common knowledge is among their peers. *Cognition*, 2017, vol. 166, pp. 447–458. DOI: <https://doi.org/10.1016/j.cognition.2017.04.015>
5. Borgianni Y., Matt D. T. Ideality in Axiomatic Design and beyond. *Procedia CIRP*, 2016, vol. 53, pp. 95–100. DOI: 10.1016/j.procir.2016.07.029
6. Briglia J., Servajean P., Michalland A.-H., Brunel L., Brouillet D. Modeling an enactivist multiple-trace memory. ATHENA: A fractal model of human memory. *Journal of Mathematical Psychology*, 2018, vol. 82, pp. 97–110. DOI: <https://doi.org/10.1016/j.jmp.2017.12.002>
7. Nieder A., Dehaene S. Representation of number in the brain. *Annual Review of Neuroscience*, 2009, vol. 32, pp. 185–208. DOI: <https://doi.org/10.1146/annurev.neuro.051508.135550>
8. Franklin D. R. J., Mewhort D. J. K. Memory as a hologram: an analysis of learning and recall. *Canadian Journal of Experimental Psychology / Revue Canadienne de Psychologie Expérimentale*, 2015, vol. 69 (1), pp. 115–135. DOI: <http://dx.doi.org/10.1037/cep0000035>
9. Friston K., Kilner J., Harrison L. A Free energy principle for the brain. *Journal of Physiology-Paris*, 2006, vol. 100, issue 1-3, pp. 70–87. DOI: <https://doi.org/10.1016/j.jphysparis.2006.10.001>
10. Friston K. The free-energy principle: a unified brain theory? *Nature Reviews Neuroscience*, 2010, vol. 11, pp. 127–138. DOI: <https://doi.org/10.1038/nrn2787>
11. Grigorescu D. The discussion between Heisenberg and Dirac regarding the nature and meaning of scientific knowledge. *Procedia – Social and Behavioral Sciences*, 2015, vol. 203, pp. 400–404. DOI: <https://doi.org/10.1016/j.sbspro.2015.08.316>
12. Howard M. W. Memory as Perception of the Past: Compressed Time in Mind and Brain. *Trends in Cognitive Sciences*, 2018, vol. 22, issue 2, pp. 124–136. DOI: <https://doi.org/10.1016/j.tics.2017.11.004>
13. Li J., Wang F., Shen M., Fan G. The tendency of unconscious thought toward global processing style. *Consciousness and Cognition*, 2017, vol. 53, pp. 14–22. DOI: <https://doi.org/10.1016/j.concog.2017.05.005>
14. Longo G. From exact sciences to life phenomena: Following Schrödinger and Turing on Programs, Life and Causality. *Information and Computation*, 2009, vol. 207, issue 5, pp. 545–558. DOI: <https://doi.org/10.1016/j.ic.2008.11.002>
15. Mikolajczyk T., Moldovan F., Ciobanu I., Chalupczak A., Marin A. G. Brain research using computer test. *Procedia Technology*, 2016, vol. 22, pp. 1113–1120. DOI: <https://doi.org/10.1016/j.protcy.2016.01.157>
16. Pinker S. So How Does the Mind Work?. *Mind & Language*, 2005, vol. 20, issue 1, pp. 1–24. DOI: <https://doi.org/10.1111/j.0268-1064.2005.00274.x>
17. Brugger P. The Tell-Tale Brain: Unlocking the Mystery of Human Nature. *Cognitive Neuropsychiatry*, 2012, vol. 17, issue 4, pp. 351–358. DOI: <https://doi.org/10.1080/13546805.2012.685295>
18. Richmond L. L., Gold D. A., Zacks J. M. Event Perception: Translations and Applications. *Journal of Applied Research in Memory and Cognition*, 2017, vol. 6, issue 2, pp. 111–120. DOI: <https://doi.org/10.1016/j.jarmac.2016.11.002>



19. Roediger H. L., Rajaram S., Srinivas K. Specifying criteria for postulating memory systems. *Annals of the New York Academy of Sciences*, 1990, vol. 608, issue 1, pp. 572–595. DOI: <https://doi.org/10.1111/j.1749-6632.1990.tb48910.x>
20. Ruigendijk E., Friedmann N., Novogrodsky R., Balaban N. Symmetry in comprehension and production of pronouns: A comparison of German and Hebrew. *Lingua*, 2010, vol. 120, issue 8, pp. 1991–2005. DOI: <https://doi.org/10.1016/j.lingua.2010.02.009>
21. Tulving E. Episodic Memory: From Mind to Brain. *Annual Review of Psychology*, 2002, vol. 53, pp. 1–25. DOI: <https://doi.org/10.1146/annurev.psych.53.100901.135114>
22. Velichkovsky B. M. Cognitive science: The art and its implications. *Psychology in Russia: State of the Art*, 2017, vol. 10 (3), pp. 2–7. DOI: <https://doi.org/10.11621/pir.2017.0300> URL: <https://elibrary.ru/item.asp?id=35057392>
23. Versace R., Labeye E., Badard G., Rose M. The contents of long-term memory and the emergence of knowledge. *European Journal of Cognitive Psychology*, 2009, vol. 21, issue 4, pp. 522–560. DOI: <https://doi.org/10.1080/09541440801951844>
24. Versace R., Vallet G. T., Riou B., Lesourd M., Labeye É., Brunel L. Act-In: An integrated view of memory mechanisms. *Journal of Cognitive Psychology*, 2014, vol. 26, issue 3, pp. 280–306. DOI: <https://doi.org/10.1080/20445911.2014.892113>
25. Xiaofan Xu, Yu Chen, Yufang Zhao, Juan Yang. The neural evidence of the reflected appraisal process as a main path for learning about one's self-knowledge of personality. *Biological Psychology*, 2015, vol. 110, pp. 85–90. DOI: <https://doi.org/10.1016/j.biopsycho.2015.06.017>
26. Erlich J. The Shape of Inner Space: String Theory and the Geometry of the Universe's Dimensions. *American Journal of Physics*, 2011, vol. 79, issue 5, pp. 559. DOI: <https://doi.org/10.1119/1.3553464>

Submitted: 03 June 2018

Accepted: 02 July 2018

Published: 31 August 2018



This is an open access article distributed under the [Creative Commons Attribution License](#) which permits unrestricted use, distribution, and reproduction in any medium, provided the original work is properly cited. (CC BY 4.0).