



© М. А. Урбан, Т. В. Смолеусова

DOI: [10.15293/2658-6762.2004.09](https://doi.org/10.15293/2658-6762.2004.09)

УДК 371

## Особенности и компоненты комплексного умения моделировать в современном начальном математическом образовании

М. А. Урбан (Минск, Беларусь), Т. В. Смолеусова (Новосибирск, Россия)

**Проблема и цель.** В статье представлено исследование по актуальной проблеме целенаправленного использования моделирования в образовании. Цель статьи – выявить особенности и компоненты (элементарные умения) комплексного умения моделировать в современном начальном математическом образовании.

**Методология.** В исследовании использованы следующие методы: теоретический анализ современных зарубежных и российских научных публикаций по проблеме применения метода моделирования в процессе обучения; педагогический эксперимент, с помощью которого был апробирован разработанный в исследовании подход к диагностике комплексного умения моделировать; методы математической статистики для обработки результатов педагогического эксперимента.

**Результаты.** В статье исследована проблема целенаправленного использования в образовательном процессе моделирования, которое является как средством обучения, так и его образовательным результатом. Авторами выявлены и обоснованы элементарные умения, входящие в состав комплексного умения моделировать; предложено авторское определение комплексного умения моделировать; разработан авторский подход к покомпонентной диагностике комплексного умения моделировать, описана его апробация в ходе педагогического эксперимента (на математическом материале).

На основе выполненного теоретического анализа выявлены современные направления исследования проблемы целенаправленного использования моделирования в образовательном дискурсе, особенности и компоненты комплексного умения моделировать. Обоснована авторская трактовка моделирования как комплексного умения.

**Заключение.** Разработанный в исследовании подход к диагностике комплексного умения моделировать позволяет выявлять уровень сформированности этого умения у младших школьников и определять соответствующие направления коррекции работы педагога с учащимися.

**Ключевые слова:** моделирование в обучении; визуальное моделирование; комплексное умение моделировать; диагностика умения моделировать; начальное обучение математике.

**Урбан Мария Анатольевна** – кандидат педагогических наук, доцент кафедры естественнонаучных дисциплин, Белорусский государственный педагогический университет имени Максима Танка.

E-mail: [maria.urban62@gmail.com](mailto:maria.urban62@gmail.com).

**Смолеусова Татьяна Викторовна** – кандидат педагогических наук, профессор кафедры начального образования, Новосибирский институт повышения квалификации и переподготовки работников образования.

E-mail: [smoleusova@mail.ru](mailto:smoleusova@mail.ru)

### Постановка проблемы

В условиях информационного общества особую роль приобретает умение постоянно учиться, поскольку свободный доступ к информации сам по себе не обеспечивает формирование знаний у обучающихся [1; 2]. Процесс превращения информации в знание рассматривается как одна из актуальных социально-значимых проблем многими современными исследователями (В. Ю. Ивлев, М. Л. Ивлева, В. А. Иноземцев, В. М. Трофимов и др. [3; 4]). Выявлены особенности разноплановой информации, в том числе феномена социальной информации, в работах Ю. В. Пушкарёва, Е. А. Пушкарёвой [5; 6], оказывающей существенное влияние на познавательные возможности личности в ситуации информационной перенасыщенности. В сложившихся информационных условиях на современном этапе повышается функциональная роль умения учиться [7; 8; 9].

Одним из компонентов умения учиться и средством управления большими потоками информации является моделирование. Моделирование как метод познания является целью и средством формирования познавательных универсальных учебных действий (УУД) в современной школе<sup>1</sup>. Это обязательный метапредметный результат современного общего образования, особая группа общеучебных универсальных познавательных действий в рамках знаково-символических действий. Моделирование не только делает обучение в школе более осознанным, функциональным, но также является надежным и эффективным инструментом познания для всей последующей жизни.

Таким образом, владение моделированием является одной из основ функциональной грамотности, обеспечивает самостоятельное решение жизненных проблем, поиск, обработку и использование информации, познание окружающего мира. Целенаправленное и систематическое обучение школьников моделированию развивает у них самостоятельность в усвоении знаний и умений и вооружает их научным методом познания, умением выделять главное, сокращать большой поток информации, развивает мышление. Обучение – это сложный процесс, который должен, по утверждению М. Chekour, М. Laafou, R. Janati-Idrissi [10], адаптироваться к конкретным потребностям учащихся, характеру преподаваемого предмета и общему контексту тренировок. На основе исследования основных педагогических подходов ими выделена ценность использования моделирования, выходящая за пределы учебных предметов и проявляющаяся в метапредметной сфере. Например, Г. А. Цукерман и Н. А. Клец исследуют метапредметные ситуации, связанные с содержанием понятий и работой над углубленным пониманием текстов, описывающих понятия как формы мышления, в которых дети для разъяснения своих мыслей обращаются к моделям и с помощью моделей записываются мысли детей о содержании понятий [11].

Использование моделей целесообразно не только для обучения, но и для оценки достижения метапредметных и предметных результатов обучения. Но проблема состоит в том, что использование учебных моделей в образовательном процессе у педагогов начальной школы не носит систематический и целенаправленный характер.

<sup>1</sup> Как проектировать универсальные учебные действия в начальной школе: от действия к мысли: пособие для

учителя / под ред. А. Г. Асмолова. – М.: Просвещение, 2008. – 151 с.

Умение моделировать как метапредметное умение в начале XXI века становится объектом внимания отечественных и зарубежных исследователей в области психологии и дидактики. Особенно актуальным оказалось направление, связанное с использованием моделей и моделирования в математическом образовании, поскольку моделирование является специальным методом и математического исследования, и обучения математике. Анализ работ, выполненных в начале XXI века, позволяет выделить несколько направлений исследования этой проблемы в образовательном дискурсе:

1) визуализация изучаемых понятий с помощью традиционных и компьютерных инструментов как фактор повышения результативности образовательного процесса;

2) обоснование целесообразности раннего приобщения учащихся к методу научного (в частности, математического) моделирования;

3) изучение возможностей развития у учащихся умения самостоятельно создавать учебные модели изучаемых понятий и способов действий. Кратко рассмотрим основные

психолого-педагогические и методические достижения, полученные учеными, разработавшими эти направления.

*Направление 1: Визуализация изучаемых понятий с помощью традиционных и компьютерных инструментов как фактор повышения результативности образовательного процесса.* Визуализация изучаемых понятий в естественнонаучном образовании как педагогическая идея получает широкое распространение в конце XX – начале XXI века в работах В. А. Далингера<sup>2</sup>, Н. Б. Истоминой<sup>3</sup>, Р. Mancosu, К. F. Jorgensen, S. A. Pedersen<sup>4</sup>, E. Nardi<sup>5</sup>, Н. А. Резник<sup>6</sup>, С. Е. Царевой<sup>7</sup> и др, а также в ряде работ авторов данной статьи<sup>8</sup> [12–14]. Авторы отмечают, что визуализация изучаемых понятий положительно влияет на повышение результативности обучения различного предметному содержанию за счет актуализации образных компонентов мышления.

Кроме непосредственного влияния на эффективность усвоения предметного содержания, использование визуализации позволяет развивать у учащихся репрезентационную гибкость, под которой V. A. DeBellis, G. A. Goldin понимают способность личности

<sup>2</sup> Далингер В. А., Симонженков С. Д. Методика обучения математике: когнитивно-визуальный подход. – 2-е изд., перераб. и доп. – М.: Юрайт, 2020. – 340 с. URL: <https://urait.ru/bcode/452019>

<sup>3</sup> Методика обучения математике в начальной школе / Н. Б. Истомина-Кастровская, И. Ю. Иванова, З. Б. Редько, Т. В. Смолеусова, Н. Б. Тихонова. – 2-е изд., перераб. и доп. – М.: ИНФРА-М, 2019. – 301 с. DOI: [https://dx.doi.org/10.12737/textbook\\_5beafd8e271b34.71707438](https://dx.doi.org/10.12737/textbook_5beafd8e271b34.71707438) URL: <http://znanium.com/catalog/product/965277>

<sup>4</sup> Mancosu P., Jorgensen K. F., Pedersen S. A. (eds) Visualization, explanation and reasoning styles in mathematics. – Norwell: Springer, 2005. – 328 p. DOI: <https://doi.org/10.1007/1-4020-3335-4>

<sup>5</sup> Nardi E. Reflections on visualization in mathematics and mathematics education // Fried M., Dreyfus T. (eds)

Mathematics & Mathematics Education: Searching for Common Ground. Advances in Mathematics Education. – Springer, Dordrecht, 2014. – P. 193–222. DOI: [https://doi.org/10.1007/978-94-007-7473-5\\_12](https://doi.org/10.1007/978-94-007-7473-5_12)

<sup>6</sup> Резник Н. А. Визуальное мышление в обучении: методические основы обучения математике с использованием средств развития визуального мышления. – Saarbrücken: Lambert Acad. Publ., 2012. – 652 с. URL: [http://www.vischool.rxt.ru/texts/monogr/2012\\_rez-nik\\_de-visual.pdf](http://www.vischool.rxt.ru/texts/monogr/2012_rez-nik_de-visual.pdf)

<sup>7</sup> Царева С. Е. Методика преподавания математики в начальной школе. – М.: Академия, 2014. – 495 с.

<sup>8</sup> Смолеусова Т. В. Этапы, методы и способы решения задачи // Начальная школа. – 2003. – № 12. – С. 62–67. URL: <https://n-shkola.ru/archive/view/118>

не только репрезентировать поступающую информацию на различных «языках» (вербальных, образных, символических), но и оперативно «перекодировать» информацию с одного «языка» на другой. Это, по мнению авторов, является фундаментом для понимания информации, как в школе, так и в современных научных исследованиях [15]. Способность учащихся к использованию разнообразных репрезентационных форм L. D. English рассматривает как значимый социальный навык, необходимый для ориентации в современной действительности<sup>9</sup>.

Особым способом визуализации в обучении является наглядное представление *существенных сторон* изучаемых понятий, или *визуальное* (наглядное, образное<sup>10</sup>) *моделирование*. По мнению исследователей, визуальное моделирование за счет наглядного представления существенных сторон изучаемых понятий становится особо эффективным методом обучения, способствует развитию ассоциативного и креативного мышления, эмоционального интеллекта, учету индивидуальных и возрастных особенностей младших школьников [12; 13]. При этом для формирования общего (универсального) умения решать любые задачи с различным предметным содержанием и с учетом индивидуальных особенностей целесообразно использование вариативных моделей, построенных с помощью различных знаково-символических средств<sup>11</sup> [14]. Рядом исследователей (L. J. Rinaldi, R. Smees, J. Alvarez, J. Simner [16]) изучалось, как цветные инструменты обучения улучшают умение детей

считать («чувство числа»). Проверяли детей в возрасте 6–10 лет ( $n = 3236$ ), которые подвергались воздействию цветных чисел из образовательных инструментов Numicon (Oxford University Press, 2018) или Numberjacks (Ellis, 2006). Эти данные подтверждают модель, в которой инструменты с цветными числами обеспечивают преимущества на разных уровнях численного познания в соответствии с их различными уровнями кросс-модальных отображений [16].

Современные компьютерные инструменты позволяют решить проблему визуального моделирования изучаемых понятий на высоком технологическом уровне. Значимым исследованием, в котором впервые были выработаны принципы проектирования апплетов для проблем образования, стала работа группы ученых университета Колорадо под руководством С. Wieman [17]. В исследовании были сформулированы подходы, которые в настоящее время являются основой для создания электронных средств обучения: динамическое «связывание» объектов, пошаговое представление учебной информации с анимационным сопровождением, возможность манипулирования объектами на экране с помощью компьютерной мыши и др.

В настоящее время моделирование изучаемых понятий с помощью компьютерных инструментов постепенно выходит за пределы решения педагогической задачи запоминания учебного материала и становится средством учебного исследования и экспериментирования<sup>12</sup>. Достижения в понимании и измерении

<sup>9</sup> English L. D. Learning through modelling in the primary years // N. Dawn, L. Hoo (eds.) Mathematical modeling: from theory to practice. – Singapore, 2015. – P. 99–124. DOI: [https://doi.org/10.1142/9789814546928\\_0007](https://doi.org/10.1142/9789814546928_0007)

<sup>10</sup> Смолеусова Т. В. Наглядные таблицы по математике для начальных классов: пособие для учащихся. – М.: Просвещение, 2002. – 141 с.

<sup>11</sup> Смолеусова Т. В. Этапы, методы и способы решения задачи // Начальная школа. – 2003. – № 12. – С. 62–67. URL: <https://n-shkola.ru/archive/view/118>

<sup>12</sup> Сергеев С. И., Урбан М. А. Компьютерная визуализация в математическом образовании как практическая педагогическая задача // Problems of Education in the 21st Century. – 2012. – Vol. 49. – P. 95–103.

роли мобильных технологий в образовании на современном этапе осуществляется, как в дидактике, так и в педагогической психологии (М. L. Bernacki, J. A. Greene, Н. Crompton [18; 19]).

*Направление 2: Обоснование целесообразности раннего приобщения учащихся к методу научного (в частности, математического) моделирования.* Основой для исследования вопроса о возможности обучения учащихся приемам научного моделирования является понимание сущности этого метода познания. В исследованиях, посвященных анализу математического моделирования как одного из значимых видов научного моделирования, сущность этого метода представляется в виде циклического процесса по решению жизненной проблемы средствами математики. Например, J. De Lange выделяет следующие этапы: 1) реальная задача в словесном описании; 2) математическая задача; 3) математическое решение; 4) решение реальной задачи [20]. W. Blum, D. Leib вносят важное уточнение в предложенную последовательность этапов, дополняя ее этапом построения реальной модели, или модели, построенной на языке, близком к реальности<sup>13</sup>. Опираясь на научное понимание метода моделирования, современ-

ные исследователи в большинстве своем заявляют о том, что приобщение к этому методу познания возможно только для учащихся, достигших определенного уровня зрелости и не доступно для детей в возрасте 6–10 лет (G. Stillman, J. Brown, P. Galbraith, K. E. D. Ng<sup>14</sup>). Однако есть отдельные исследования, в которых представлены результаты экспериментальной работы, подтверждающие возможность освоения элементов математического моделирования учащимися начальных классов (L. D. English<sup>15</sup>, R. Lehrer, L. Schauble<sup>16</sup>). Важность математического моделирования отмечается авторами также в аспекте междисциплинарного характера этого метода, который может быть применен на стыке обучения в различных предметных областях [21].

*Направление 3: Изучение возможностей развития у учащихся умения самостоятельно создавать учебные модели изучаемых понятий и способов действий.* В современных психолого-педагогических исследованиях высказываются различные мнения по поводу возможности развития у учащихся умения самостоятельно выполнять моделирование. Многие эксперты пишут о том, что это умение может быть сформировано только у учащихся

<sup>13</sup> Blum W., Leib D. How do students and teachers deal with modeling problems? // Haines C., Galbraith P., Blum W., Khan S. (eds) Mathematical modelling (ICTMA 12): education, engineering and economics : proc. from the twelfth Intern. conf. on the teaching of math. modelling a. applications. – Chichester, 2007. – P. 222–231.

<sup>14</sup> Stillman G., Brown J., Galbraith P., Ng K. E. D. Research into Mathematical Applications and Modelling // Makar K., Dole S., Visnovska J., Goos M., Bennison A., Fry K. (eds) Research in Mathematics Education in Australasia 2012–2015. – Springer, Singapore, 2016. – P. 281–304. DOI: [https://doi.org/10.1007/978-981-10-1419-2\\_14](https://doi.org/10.1007/978-981-10-1419-2_14)

<sup>15</sup> English L. D. Learning through modelling in the primary years // Dawn N., Hoe L. (eds.) Mathematical modeling: from theory to practice. – Singapore, 2015. – P. 99–124. DOI: [https://doi.org/10.1142/9789814546928\\_0007](https://doi.org/10.1142/9789814546928_0007)

<sup>16</sup> Lehrer R., Schauble L. Learning to play the modeling game // Towards a competence-based view on models and modeling in science education // Upmeier zu Belzen A., Krüger D., van Driel J. (eds) Towards a Competence-Based View on Models and Modeling in Science Education. Models and Modeling in Science Education. – Vol. 12. – Springer, Cham, 2019. – P. 221–236. DOI: [http://dx.doi.org/10.1007/978-3-030-30255-9\\_13](http://dx.doi.org/10.1007/978-3-030-30255-9_13)

подросткового возраста<sup>17</sup>. Однако в последнее время отмечается тенденция к поиску путей преподавания, с помощью которых можно научить учащихся начальных классов осознанному и самостоятельному моделированию в процессе решения учебно-познавательных и учебно-практических задач [13; 14; 22]. Это умение формируется у учащихся начальных классов в результате использования педагогом моделирования как метода обучения, направленного на формирование у учащихся деятельности моделирования.

В основе выделения компонентов умения моделировать, по мнению большинства исследователей, лежит идея соотнесения учебного и научного моделирования, что позволяет охарактеризовать следующие «простые» умения в составе комплексного умения моделировать: 1) извлечение существенной информации в оригинале, 2) построение модели оригинала, 3) нахождение решения внутри построенной модели, 4) интерпретация результата решения внутри модели на языке оригинала<sup>18</sup> [14].

Анализ психолого-педагогических исследований позволяет сделать вывод о том, что, несмотря на интерес зарубежных и отечественных экспертов к проблеме использования моделирования в обучении и основательную разработку отдельных направлений его применения в образовательном процессе, *пока еще остается не решенным вопрос о способах диагностики комплексного умения моделиро-*

*вать у учащихся.* Отсутствие у педагога возможностей осуществлять мониторинг процесса обучения учащихся моделированию приводит к снижению эффективности работы по формированию умения моделировать и построению индивидуальных образовательных траекторий развития учащихся. В исследовании S. A. S. Algharaibeh [23], которое было направлено на выявление уровней метакогнитивных навыков, было установлено, что мониторинг и оценка данных навыков представляют собой педагогическую проблему, и, как следствие, возникает феномен «когнитивной недостаточности». В психолого-педагогической литературе исследуется также проблема существующей потребности в разработке концептуальной модели обучения, основанной на когнитивном подходе (M. Šimleša, J. Guegan, E. Blanchard, F. Tarpin-Bernard, S. Buisine [24]), объясняющей динамическое взаимодействие между переупорядоченными компонентами информационного потока и фундаментальными когнитивными процессами.

Целью данной статьи является рассмотрение одного из возможных подходов к диагностике комплексного умения моделировать на примере начального обучения математике, который был разработан и апробирован в ходе исследования. Данный подход может быть перенесен на различные предметные области и ступени образования.

<sup>17</sup> Mathematical modeling: from theory to practice / ed.: Lee Ngan Hoe, Ng Kit Ee Dawn. – Singapore: World Sci., 2015. – 256 p. – (Series on mathematics education; vol. 8). ISBN 978-9814546911

<sup>18</sup> Stillman G., Brown J., Galbraith P., Ng K. E. D. Research into Mathematical Applications and Modelling // Makar K., Dole S., Visnovska J., Goos M., Bennison A.,

Fry K. (eds) Research in Mathematics Education in Australasia 2012–2015. – Springer, Singapore, 2016. – P. 281–304. DOI: [https://doi.org/10.1007/978-981-10-1419-2\\_14](https://doi.org/10.1007/978-981-10-1419-2_14)

Mathematical modeling: from theory to practice / ed.: Lee Ngan Hoe, Ng Kit Ee Dawn. – Singapore: World Sci., 2015. – 256 p. – (Series on mathematics education; vol. 8). ISBN 978-9814546911

### Методология исследования

Для достижения поставленной цели с опорой на выполненный теоретический анализ и обобщение его результатов был применен метод педагогического эксперимента, включающего поисковый, констатирующий, формирующий и контрольный этапы. В ходе поискового этапа после теоретического анализа проблемы разрабатывался и апробировался авторский учебно-методический комплекс по математике для начальных классов, в котором была реализована система заданий по формированию у учащихся умения моделировать. В ходе констатирующего и формирующего этапов эксперимента осуществлялось педагогическое наблюдение за деятельностью учащихся и учителей, проводились беседы с учащимися и учителями.

На констатирующем этапе педагогического эксперимента были выполнены проверочные работы по выявлению уровня сформированности умения моделировать у учащихся первых классов контрольной и экспериментальной групп в соответствии с авторским подходом. На формирующем этапе педагогического эксперимента в течение четырех лет с учащимися проводилось обучение с использованием учебных пособий по математике, в которых содержался комплекс заданий по формированию умения моделировать.

Ежегодно на протяжении четырех лет обучения в начальной школе проводились проверочные работы по выявлению достигнутых учащимися уровней сформированности умения моделировать. На контрольном этапе эксперимента проверочная работа была выполнена учащимися четвертых классов контрольной и экспериментальной групп. Для

подтверждения выявленных отличий в результатах выполнения проверочных работ использовался статистический критерий «хи-квадрат».

Исследование проводилось с 2011 по 2019 годы на базе четырех учреждений общего среднего образования Республики Беларусь: гимназии № 10 и № 30 г. Минска, средней школы № 2 д. Боровляны, гимназии г. Заславль. В педагогическом эксперименте принимали участие 430 учащихся начальных классов (226 – в экспериментальных классах, 204 – в контрольных классах).

Выбор школ Республики Беларусь был связан с введением в образовательный процесс начальной школы нового учебно-методического комплекса по учебному предмету «Математика», в основу которого была положена концепция начального обучения математике с использованием учебного моделирования. Образцы учебных пособий разработанного учебно-методического комплекса представлены на официальном сайте Национального института образования Министерства образования Республики Беларусь<sup>19</sup>. В ходе исследования выявлялось, в какой степени использование учебных пособий, направленных на формирование у учащихся умения моделировать, позволяют обеспечить сформированность этого умения у выпускника начальной школы по сравнению с учащимися, которые не обучались по данным учебным пособиям.

В ходе исследования на основе результатов анализа, представленных в психолого-педагогических источниках, определений понятия «учебное моделирование» было сформулировано авторское определение комплексного умения моделировать. Это умение в ис-

<sup>19</sup> Национальный институт образования Министерства образования Республики Беларусь. URL: [www.adu.by](http://www.adu.by)

следовании рассматривается как умение учащихся строить учебные модели изучаемых понятий и способов действий с помощью вариативных средств (вербальных, визуальных, символических). Комплексное умение моделировать является как средством обучения, так и одним из его образовательных результатов.

Далее были изучены подходы экспертов к описанию компонентного состава умения моделировать<sup>20</sup> [14; 17] и выделены элемен-

тарные умения, входящие в его состав (таблица 1). Поскольку разработанная процедура диагностики выполнялась на математическом материале, для содержательного наполнения предлагаемых учащимся заданий использовались текстовые арифметические задачи. Работа учащегося над задачей в максимальной степени отражает специфику моделирования в научном познании и позволяет обеспечить соответствие выделенных элементарных умений этапам математического моделирования.

Таблица 1

Элементарные умения в составе комплексного умения моделировать

Table 1

Elementary skills as part of a complex skill to model

Характеристика элементарного умения	Пример выполнения задания при работе над задачей
1. Умение выделить в объекте существенные компоненты, которые будут представляться в модели	Анализируется текст задачи, выбираются ее существенные данные, отмечаются несущественные данные
2. Умение определить вид использованных в анализируемом объекте средств представления данных	Уточняется, что в задаче одна часть данных представлена с помощью чисел (например, количественные характеристики множеств), а другая – с помощью слов (например, отношения между величинами)
3. Умение выбрать средства для построения модели	Принимается решение о выборе средств (например, слова, рисунки или математические символы), с помощью которых будет строиться модель к задаче
4. Умение представить выделенные существенные компоненты с помощью выбранных средств построения модели	Выделенные существенные данные задачи представляются с помощью выбранных средств. В результате учащийся может составить краткую запись, схематический чертеж, выражение и др.
5. Умение преобразовать построенную модель	В построенную модель вносятся изменения для того, чтобы найти способ решения задачи
6. Умение соотнести построенную модель с объектом, который предлагался изначально	Составляется задача, аналогичная исходной задаче по структуре и содержащая такие же величины
7. Умение соотнести построенную модель с другими объектами подобного типа	Составляется задача, аналогичная исходной задаче по структуре, но содержащая другие величины

<sup>20</sup> Nardi E. Reflections on visualization in mathematics and mathematics education // Fried M., Dreyfus T. (eds) Mathematics & Mathematics Education: Searching for Common Ground. Advances in Mathematics Education. – Springer, Dordrecht, 2014. – P. 193–222. DOI: [https://doi.org/10.1007/978-94-007-7473-5\\_12](https://doi.org/10.1007/978-94-007-7473-5_12)

Mathematical modeling: from theory to practice / ed.: Lee Ngan Hoe, Ng Kit Ee Dawn. – Singapore: World Sci., 2015. – 256 p. – (Series on mathematics education; vol. 8). ISBN 978-9814546911

Для разработки конкретных заданий диагностической процедуры учитывалось следующее положение: большой объем освоенных элементарных умений позволяет учащимся выполнить большее количество этапов поиска решения задачи, что и определяет уровень сформированности умения моделировать у учащихся.

В традиционный для начального обучения математике перечень этапов работы над задачей в исследовании были включены шаги, связанные с составлением новых текстов задач, поскольку эта работа, по сути, представляет собой возвращение к реальности, которую может описывать найденное учащимся решение. Это является необходимым для обеспечения соответствия учебного моделирования при решении задачи циклу математического моделирования [20].

В результате был сформирован полный перечень этапов работы над задачей: 1 – составление краткой записи; 2 – построение

наглядной модели (схематического чертежа или рисунка); 3 – запись решения задачи; 4 – составление задачи, аналогичной первоначально предложенной, с теми же величинами; 5 – составление задачи, аналогичной первоначально предложенной, но с другими величинами.

Для осуществления этих шагов учащиеся используют различные элементарные умения, входящие в состав комплексного умения моделировать. Выполнение этапов с первого по третий требует использования первых пяти элементарных умений. Для осуществления четвертого и пятого шагов учащимся необходимы шестое и седьмое элементарные умения (таблица 1).

В таблице 2 представлены задания, разработанные в исследовании для диагностики комплексного умения моделировать.

Таблица 2

**Задания для диагностики комплексного умения моделировать (при работе над задачей)**

Table 2

### Tasks for the diagnostics of complex skill to model

Вид задания	Максимальный балл за задание
Составить краткую запись к предложенной задаче	2
Построить наглядную модель к предложенной задаче (схематический чертеж или схематический рисунок)	2
Записать решение предложенной задачи	2
Составить задачу, аналогичную предложенной задаче по структуре, с такими же величинами	2
Составить задачу, аналогичную предложенной задаче по структуре, но с другими величинами	2

Для количественной обработки результатов выполнение каждого задания оценива-

лось в 2 балла. При принятии решения о количестве баллов, которое можно начислить учащемуся за выполнение отдельного задания,

учитывалась не трудность этого задания, а степень овладения навыком по его выполнению. На наш взгляд, для формирования умения моделировать усвоение всех видов заданий в определенной мере равноценно. Максимальное количество баллов, которое могло быть получено в ходе использования процедуры диагностики, было равно 10. При этом балл за каждое отдельное задание мог быть снижен до 1, если это задание выполнялось не в полном объеме. В результате по количеству начисленных баллов определялся уровень сформированности комплексного умения моделировать: 1 – низкий (1–2 балла); 2 – ниже среднего (3–

4 балла); 3 – средний (5–7 баллов); 4 – выше среднего (8–10 баллов).

### Результаты исследования

На констатирующем этапе педагогического эксперимента первоклассники контрольной и экспериментальной групп в конце первого полугодия выполнили проверочные работы для определения уровня сформированности комплексного умения моделировать до экспериментального обучения.

Результаты выполненной диагностики с использованием процедуры, описанной в предыдущем разделе статьи, показаны в таблице 3.

Таблица 3

### Результаты учащихся первых классов в начале экспериментального обучения

Table 3

#### The results of first-grade students at the beginning of experimental learning

Выборка	Количество учащихся на каждом уровне				Количество учащихся
	1	2	3	4	
Экспериментальная	129	74	17	6	226
	57 %	33 %	7 %	3 %	100 %
Контрольная	110	66	23	5	204
	54 %	33 %	11 %	2 %	100 %

Для подтверждения отсутствия статистически значимых отличий в уровне сформированности умения моделировать у учащихся экспериментальной и контрольной групп перед экспериментальным обучением был применен статистический критерий «хи-квадрат» ( $\chi^2_{эмт}$  равен 1,84;  $\chi^2_{кр}$  для трех степеней свободы и уровне значимости  $\alpha = 0,05$  равен 7,82; получаем  $\chi^2_{эмт} < \chi^2_{кр}$ ).

В ходе экспериментального обучения в течение четырех лет учащиеся экспериментальных классов использовали новые учебные пособия по математике для школ Республики Беларусь, в которых содержались задания, направленные на формирование комплексного умения моделировать. В конце каждого

года обучения выполнялась диагностика уровня сформированности умения моделировать по разработанной в исследовании процедуре.

Приведем пример задачи, предложенной четвероклассникам для диагностики умения моделировать: «В магазине родители купили 3 одинаковые по массе емкости с белой краской, 5 одинаковых по массе емкостей с красной краской и 4 одинаковые по массе емкости с зеленой краской. Одна емкость с красной краской была на 2 кг тяжелее одной емкости с белой краской. Сколько всего килограммов белой краски купили, если масса купленной белой и красной краски была равна 66 кг?»

К данной задаче были предложены диагностические задания:

Задание 1. Составь к данной задаче краткую запись.

Задание 2. Построй к данной задаче схематический чертеж или рисунок.

Задание 3. Запиши решение данной задачи.

Задание 4. Составь и запиши задачу с подобным сюжетом (про покупку краски), чтобы она имела такое же решение.

Задание 5. Составь и запиши задачу с другим сюжетом (не про покупку краски), чтобы она имела такое же решение.

Приведем пример выполнения некоторых заданий четвероклассником (рисунки 1, 2, 3).

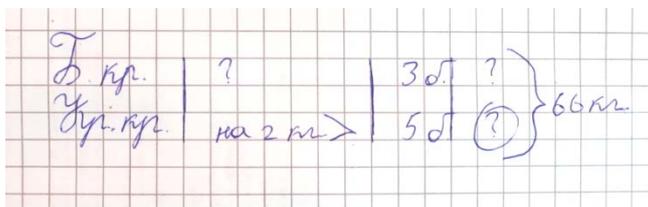


Рис. 1. Задание 1, выполненное учащимся (краткая запись задачи)

Fig. 1. Exercise 1 completed by student (problem summary)

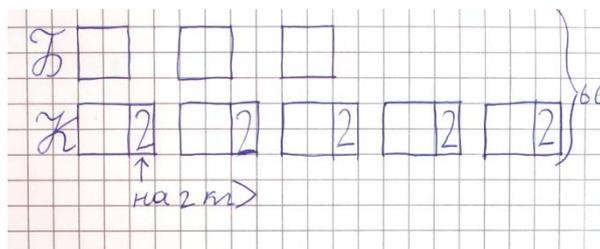


Рис. 2. Задание 2, выполненное учащимся (схематическая модель задачи)

Fig. 2. Exercise 2 completed by student (schematic model of the problem)

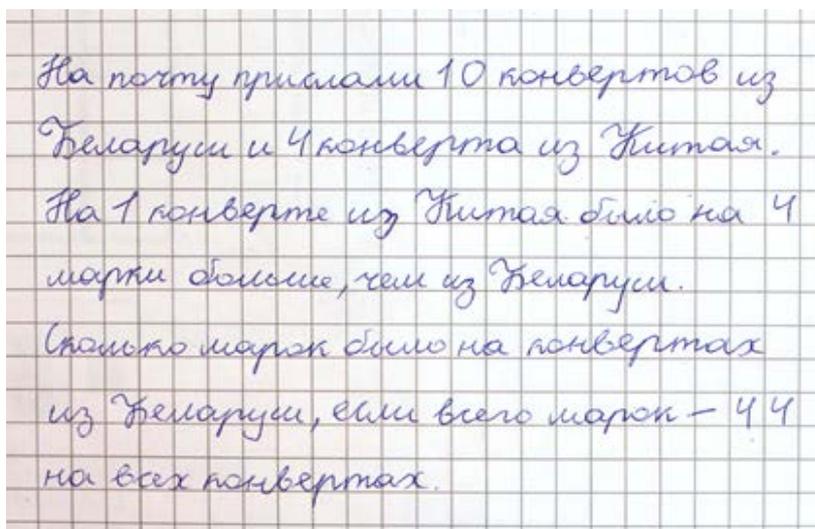


Рис. 3. Задание 5, выполненное учащимся (аналогичная задача с другим сюжетом)

Fig. 3. Exercise 5 completed by student (similar problem with a different plot)

Результаты выполнения проверочных работ выпускниками начальной школы показаны в таблице 4.

Таблица 4

Результаты учащихся четвертых классов в конце экспериментального обучения

Table 4

**The results of the fourth grade students at the end of experiential learning**

Выборка	Количество учащихся на каждом уровне				Количество учащихся
	1	2	3	4	
Экспериментальная	50	70	77	29	226
	22 %	31 %	34 %	13 %	100 %
Контрольная	88	59	43	14	204
	43 %	29 %	21 %	7 %	100 %

Наличие статистически значимых отличий в уровне сформированности умения моделировать у выпускников начальной школы в экспериментальной и контрольной группах после экспериментального обучения было подтверждено с помощью критерия «хи-квадрат» ( $\chi^2_{эмт}$  равен 25,2;  $\chi^2_{кр}$  для трех степеней свободы и уровне значимости  $\alpha = 0,05$  равен 7,82; получаем  $\chi^2_{эмт} > \chi^2_{кр}$ ).

В результате применения авторского подхода к диагностике комплексного умения моделировать был определен уровень сформированности этого умения у каждого учащегося в контрольной и экспериментальной выборке, что позволяет педагогу наметить пути индивидуальной работы по развитию младших школьников с целью обеспечения их подготовленности к продолжению изучения математики на следующей ступени образования.

### Заключение

Анализ результатов проведенного исследования позволяет сформулировать следующие выводы:

– в психолого-педагогических исследованиях, выполненных в начале XX века, проблема применения моделирования в обучении

рассматривается в трех основных направлениях: эффективность применения визуального моделирования как средства обучения, целесообразность формирования у обучающихся деятельности моделирования, возможность развития у обучающихся умения самостоятельно моделировать;

– умение моделировать является средством обучения и одним из его образовательных результатов; его можно определить как комплексное умение учащихся строить учебные модели изучаемых понятий и способов действий с помощью вариативных средств (вербальных, визуальных, символических);

– в состав комплексного умения моделировать входят выделенные в исследовании элементарные умения, соответствующие этапам научного моделирования; овладение комплексным умением моделировать зависит от овладения учащимися элементарными умениями, входящими в его состав;

– авторский подход к диагностике комплексного умения моделировать (выполнен на математическом материале) основан на идее определения уровня сформированности этого умения в соответствии с объемом освоенных учащимися элементарных умений, являющихся компонентами умения моделировать;



разработанная процедура диагностики основана на выполнении учащимися диагностических заданий при работе с текстовой арифметической задачей;

– разработанная процедура покомпонентной диагностики комплексного умения

моделировать была апробирована в рамках педагогического эксперимента, в ходе которого подтверждена эффективность использования в образовательном процессе учебных пособий по математике, направленных на формирование комплексного умения моделировать у учащихся начальных классов.

## СПИСОК ЛИТЕРАТУРЫ

1. Chou T.-L., Wu J.-J., Tsai C.-C. Research Trends and Features of Critical Thinking Studies in E-Learning Environments // *Journal of Educational Computing Research*. – 2019. – Vol. 57 (4). – P. 1038–1077. DOI: <https://doi.org/10.1177/0735633118774350>
2. Pushkarev Y. V., Pushkareva E. A. Communication foundation for intellectual culture: tendencies of contemporary development // *XLinguae*. – 2019. – Т. 12, № 4. – С. 212–218. DOI: <https://doi.org/10.18355/XL.2019.12.04.18>
3. Ивлев В. Ю., Ивлева М. Л., Иноземцев В. А. Когнитивная революция как фактор становления новой эпистемологической парадигмы и методологии исследования знания в современной науке // *Известия Московского государственного технического университета МАМИ*. – 2013. – Т. 6, № 1. – С. 91–99. URL: <https://elibrary.ru/item.asp?id=20799316>
4. Трофимов В. М. Что есть точное знание и как оно обеспечивается в когнитивных процессах // *Вестник Новосибирского государственного педагогического университета*. – 2018. – Т. 8, № 4. – С. 141–157. DOI: <http://dx.doi.org/10.15293/2226-3365.1804.09> URL: <https://elibrary.ru/item.asp?id=35605575>
5. Пушкарёв Ю. В., Пушкарёва Е. А. Феномен социальной информации в образовании: современные практики исследования (обзор) // *Science for Education Today*. – 2019. – Т. 9, № 6. – С. 52–71. DOI: <http://dx.doi.org/10.15293/2658-6762.1906.04> URL: <https://www.elibrary.ru/item.asp?id=41586633>
6. Pushkarev Yu. V., Pushkareva E. A. Philosophical interpretation of knowledge and information: Knowledge value and information diversity in modern communication // *XLinguae*. – 2018. – Vol. 11 (3). – P. 176–184. DOI: <https://doi.org/10.18355/XL.2018.11.03.17>
7. Chou T.-L., Wu J.-J., Tsai C.-C. Research Trends and Features of Critical Thinking Studies in E-Learning Environments // *Journal of Educational Computing Research*. – 2019. – Vol. 57 (4). – P. 1038–1077. DOI: <https://doi.org/10.1177/0735633118774350>
8. Hamada M., Hassan M. An Interactive Learning Environment for Information and Communication Theory // *Eurasia Journal of Mathematics Science and Technology Education*. – 2017. – Vol. 13 (1). – P. 35–59. DOI: <https://doi.org/10.12973/eurasia.2017.00603a>
9. Nancy W., Parimala A., Merlin L. M. Livingston Advanced Teaching Pedagogy As Innovative Approach In Modern Education System // *Procedia Computer Science*. – 2020. – Vol. 172. – P. 382–388. DOI: <https://doi.org/10.1016/j.procs.2020.05.059>
10. Chekour M., Laafou M., Janati-Idrissi R. What are the adequate pedagogical approaches for teaching scientific disciplines? Physics as a case study // *Journal of Educational and Social Research*. – 2018. – Vol. 8 (2). – P. 141–148. DOI: <https://doi.org/10.2478/jesr-2018-0025>
11. Цукерман Г. А., Клещ Н. А. Понимание понятийного текста и владение понятиями // *Психологическая наука и образование*. – 2017. – Т. 22, № 3. – С. 19–27. DOI: <http://dx.doi.org/10.17759/pse.2017220302> URL: <https://www.elibrary.ru/item.asp?id=29898528>



12. Смолеусова Т. В. Наглядно-образное справочное пособие «Наглядные таблицы по математике» для формирования УУД // Герценовские чтения. Начальное образование. – 2016. – Т. 7, № 1. – С. 118–121. URL: <https://www.elibrary.ru/item.asp?id=25606060>
13. Urban M., Murauyova H., Gadzaova S. Didactic principles of visualization of mathematical concepts in primary education // *Pedagogika*. – 2017. – Vol. 127 (3). – P. 70–86. DOI: <http://dx.doi.org/10.15823/p.2017.40> URL: <https://www.elibrary.ru/item.asp?id=35703141>
14. Смолеусова Т. В. Вариативность моделирования в образовании как условие реализации требований ФГОС // *Сибирский учитель*. – 2015. – № 6. – С. 55–57. URL: <https://www.elibrary.ru/item.asp?id=25625645>
15. DeBellis V. A., Goldin G. A. Affect and Meta-Affect in Mathematical Problem Solving: a Representational Perspective // *Educational Studies in Mathematics*. – 2006. – Vol. 63. – P. 131–147. DOI: <https://doi.org/10.1007/s10649-006-9026-4>
16. Rinaldi L. J., Smees R., Alvarez J., Simner J. Do the Colors of Educational Number Tools Improve Children’s Mathematics and Numerosity? // *Child Development*. – 2020. – Vol. 91 (4). – P. e799–e813. DOI: <http://dx.doi.org/10.1111/cdev.13314>
17. Wieman C., Perkins K. Transforming physics education // *Physics Today*. – 2005. – Vol. 58 (11). – P. 36–41. DOI: <http://dx.doi.org/10.1063/1.2155756>
18. Bernacki M. L., Greene J. A., Crompton H. Mobile Technology, Learning, and Achievement: Advances in Understanding and Measuring the Role of Mobile Technology in Education // *Contemporary Educational Psychology*. – 2020. – Vol. 60. – P. 101827. DOI: <https://doi.org/10.1016/j.cedpsych.2019.101827>
19. Walkington C., Bernacki M. L. Appraising research on personalized learning: Definitions, theoretical alignment, advancements, and future directions // *Journal of Research on Technology in Education*. – 2020. – Vol. 52. DOI: <https://doi.org/10.1080/15391523.2020.1747757>
20. De Lange J. Mathematical literacy for living from OECD-PISA perspective // *Tsukuba Journal of Educational Study in Mathematics*. – 2006. – Vol. 25. – P. 13–37. URL: <http://www.human.tsukuba.ac.jp/~mathedu/2503.pdf>
21. Doğan M., Gürbüz R, Çavuş Erdem Z, Şahin S. Using mathematical modeling for integrating STEM disciplines: a theoretical framework // *Turkish Journal of Computer and Mathematics Education (TURCOMAT)*. – 2019. – Vol. 10 (3). – P. 628–653. DOI: <https://doi.org/10.16949/turkbilmat.502007>
22. Каменкова Н. Г., Некрасова С. А. Формирование умения моделирования в процессе вычислительной деятельности младших школьников // Герценовские чтения. Начальное образование. – 2020. – Т. 11, № 1. – С. 109–119. URL: <https://www.elibrary.ru/item.asp?id=42553906>
23. Algharaibeh S. A. S. Metacognitive Skills as Predictors of Cognitive Failure // *American Journal of Applied Psychology*. – 2017. – Vol. 6 (3). – P. 31–37. DOI: <https://doi.org/10.11648/j.ajap.20170603.11>
24. Šimleša M., Guegan J., Blanchard E., Tarpin-Bernard F., Buisine S. The Flow Engine Framework: A Cognitive Model of Optimal Human Experience // *Europe's Journal of Psychology*. – 2018. – Vol. 14 (1). – P. 232–253. DOI: <https://doi.org/10.5964/ejop.v14i1.1370>



DOI: [10.15293/2658-6762.2004.09](https://doi.org/10.15293/2658-6762.2004.09)

Maria Anatolyevna Urban

Candidate of Pedagogical Sciences, Associate Professor,  
Department of Natural Sciences,  
Maxim Tank Belarusian State Pedagogical University, Minsk, Republic  
of Belarus.

ORCID ID: <https://orcid.org/0000-0002-8614-4077>

E-mail: [maria.urban62@gmail.com](mailto:maria.urban62@gmail.com)

Tatiana Viktorovna Smoleusova

Candidate of Pedagogical Sciences, Professor,  
Department of Primary Education,  
Novosibirsk Institute for Advanced Studies and Retraining of  
Educators, Novosibirsk, Russian Federation.

ORCID ID: <https://orcid.org/0000-0003-2610-6754>

E-mail: [smoleusova@mail.ru](mailto:smoleusova@mail.ru)

## Characteristics and sub-skills of mathematical modeling in the mathematics curriculum for primary schools

### Abstract

**Introduction.** *The article addresses the issue of targeted use of modeling in education. The purpose of the research is to clarify the characteristics and components (elementary sub-skills) of a complex skill of modeling in the contemporary mathematics primary education.*

**Materials and Methods.** *The study used the following research methods: theoretical analysis of contemporary international and Russian scholarly literature on using modeling in educational process; educational action research in order to test the approach to assessment of modeling skills; methods of mathematical statistics for processing the experimental data.*

**Results.** *The article presents the authors' approach to component assessment of the complex skill of modeling (with the main focus on teaching mathematics in the primary school). Moreover, it reviews contemporary psychological and educational literature on the problem of targeted use of educational modeling, which is considered both as a means of learning and its outcome. The authors proposed a definition of modeling and identified and described its elementary sub-skills. The authors developed, described and experimentally verified the approach to component evaluation of the complex skill of modeling.*

**Conclusions.** *The approach to evaluation of the complex modeling skill allows to assess the level of its development in primary schoolchildren.*

### Keywords

*Modeling in education; Visual modeling; Complex modeling skills; Evaluation of modeling skills; Teaching mathematics in the primary school.*

## REFERENCES

1. Chou T.-L., Wu J.-J., Tsai C.-C. Research trends and features of critical thinking studies in e-learning environments. *Journal of Educational Computing Research*, 2019, vol. 57 (4), pp. 1038–1077. DOI: <https://doi.org/10.1177/0735633118774350>



2. Pushkarev Y. V., Pushkareva E. A. Communication foundation for intellectual culture: Tendencies of contemporary development. *XLinguae*, 2019, vol. 12 (4), pp. 212–218. DOI: <https://doi.org/10.18355/XL.2019.12.04.18>
3. Ivlev V. Y., Ivleva M. L., Inozemtsev V. A. Cognitive revolution as a factor in the formation of a new epistemological paradigm and methodology of the study of knowledge in modern science. *Izvestiya Moskovskogo Gosudarstvennogo Tehnicheskogo Universiteta MAMI*, 2013, vol. 6 (1), pp. 91–99. (In Russian) URL: <https://elibrary.ru/item.asp?id=20799316>
4. Trofimov V. M. What is the exact knowledge and how it is produced in the cognitive processes. *Novosibirsk State Pedagogical University Bulletin*, 2018, vol. 8 (4), pp. 141–157. (In Russian) DOI: <http://dx.doi.org/10.15293/2226-3365.1804.09> URL: <https://elibrary.ru/item.asp?id=35605575>
5. Pushkarev Y. V., Pushkareva E. A. The phenomenon of social information in education: Modern research practices (a critical review). *Science for Education Today*, 2019, vol. 9 (6), pp. 52–71. (In Russian) DOI: <http://dx.doi.org/10.15293/2658-6762.1906.04> URL: <https://www.elibrary.ru/item.asp?id=41586633>
6. Pushkarev Yu. V., Pushkareva E. A. Philosophical interpretation of knowledge and information: Knowledge value and information diversity in modern communication. *XLinguae*, 2018, vol. 11 (3), pp. 176–184. DOI: <https://doi.org/10.18355/XL.2018.11.03.17>
7. Chou T.-L., Wu J.-J., Tsai C.-C. Research trends and features of critical thinking studies in e-learning environments. *Journal of Educational Computing Research*, 2019, vol. 57 (4), pp. 1038–1077. DOI: <https://doi.org/10.1177/0735633118774350>
8. Hamada M., Hassan M. An interactive learning environment for information and communication theory. *Eurasia Journal of Mathematics Science and Technology Education*, 2017, vol. 13 (1), pp. 35–59. DOI: <http://doi.org/10.12973/eurasia.2017.00603a>
9. Nancy W., Parimala A., Merlin L. M. Livingston advanced teaching pedagogy as innovative approach in modern education system. *Procedia Computer Science*, 2020, vol. 172, pp. 382–388. DOI: <https://doi.org/10.1016/j.procs.2020.05.059>
10. Chekour M., Laafou M., Janati-Idrissi R. What are the adequate pedagogical approaches for teaching scientific disciplines? Physics as a case study. *Journal of Educational and Social Research*, 2018, vol. 8 (2), pp. 141–148. DOI: <https://doi.org/10.2478/jesr-2018-0025>
11. Tsukerman G. A., Klesch N. A. Understanding conceptual texts and mastering concepts. *Psychological Science And Education*, 2017, vol. 22 (3), pp. 19–27. (In Russian) DOI: <http://dx.doi.org/10.17759/pse.2017220302> URL: <https://www.elibrary.ru/item.asp?id=29898528>
12. Smoleusova T. V. Visual reference guide “Visual tables in mathematics” for the formation of universal educational actions. *Herzen Readings. Primary Education*, 2016, vol. 7 (1), pp. 118–121. (In Russian) URL: <https://www.elibrary.ru/item.asp?id=25606060>
13. Urban M., Murauyova H., Gadzaova S. Didactic principles of visualization of mathematical concepts in primary education. *Pedagogika*, 2017, vol. 127 (3), pp. 70–86. DOI: <http://dx.doi.org/10.15823/p.2017.40> URL: <https://www.elibrary.ru/item.asp?id=35703141>
14. Smoleusova T. V. Variability of modeling in education as a condition for implementing the requirements of the federal state budget. *Sibirskiy Uchitel*, 2015, no. 6, pp. 55–57. (In Russian) URL: <https://www.elibrary.ru/item.asp?id=25625645>
15. DeBellis V. A., Goldin G. A. Affect and meta-affect in mathematical problem solving: A representational perspective. *Educational Studies in Mathematics*, 2006, vol. 63, pp. 131–147. DOI: <https://doi.org/10.1007/s10649-006-9026-4>



16. Rinaldi L. J., Smees R., Alvarez J., Simmer J. Do the colors of educational number tools improve children's mathematics and numerosity? *Child Development*, 2020, vol. 91 (4), pp. e799-e813. DOI: <http://dx.doi.org/10.1111/cdev.13314>
17. Wieman C., Perkins K. Transforming physics education. *Physics Today*, 2005, vol. 58 (11), pp. 36–41. DOI: <http://dx.doi.org/10.1063/1.2155756>
18. Bernacki M. L., Greene J. A., Crompton H. Mobile technology, learning, and achievement: Advances in understanding and measuring the role of mobile technology in education. *Contemporary Educational Psychology*, 2020, vol. 60, pp. 101827. DOI: <https://doi.org/10.1016/j.cedpsych.2019.101827>
19. Walkington C., Bernacki M. L. Appraising research on personalized learning: Definitions, theoretical alignment, advancements, and future directions. *Journal of Research on Technology in Education*, 2020, vol. 52. DOI: <https://doi.org/10.1080/15391523.2020.1747757>
20. De Lange J. Mathematical literacy for living from OECD-PISA perspective. *Tsukuba Journal of Educational Study in Mathematics*, 2006, vol. 25, pp. 13–37. URL: <http://www.human.tsukuba.ac.jp/~mathedu/2503.pdf>
21. Doğan M., Gürbüz R., Çavuş Erdem Z., Şahin S. Using mathematical modeling for integrating STEM disciplines: A theoretical framework. *Turkish Journal of Computer and Mathematics Education (TURCOMAT)*, 2019, vol. 10 (3), pp. 628–653. DOI: <https://doi.org/10.16949/turkbilm.502007> .
22. Kamenkova N. G., Nekrasova S. A. Formation of modeling skills in the process of computing activity of primary school children. *Herzen Readings. Primary Education*, 2020, vol. 11 (1), pp. 109–119. (In Russian) URL: <https://www.elibrary.ru/item.asp?id=42553906>
23. Algharaibeh S. A. S. Metacognitive skills as predictors of cognitive failure. *American Journal of Applied Psychology*, 2017, vol. 6 (3), pp. 31–37. DOI: <https://doi.org/10.11648/j.ajap.20170603.11>
24. Šimleša M., Guegan J., Blanchard E., Tarpin-Bernard F., Buisine S. The flow engine framework: A cognitive model of optimal human experience. *Europe's Journal of Psychology*, 2018, vol. 14 (1), pp. 232–253. DOI: <https://doi.org/10.5964/ejop.v14i1.1370>

Submitted: 28 March 2020

Accepted: 10 July 2020

Published: 31 August 2020



This is an open access article distributed under the Creative Commons Attribution License which permits unrestricted use, distribution, and reproduction in any medium, provided the original work is properly cited. (CC BY 4.0).